管理类联考数学：函数基础知识 2

二次函数

定义：一般地，把形如 $y=ax^2+bx+c$（其中 a，b，c 是常数，$a\neq 0$）的函数称为二次函数，它的图像是抛物线。

开口方向：$a>0$，抛物线开口向上；$a<0$，抛物线开口向下。

顶点坐标：无论开口方向，顶点坐标为$\left(-\frac{b}{2a},\ \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$。（1）开口向上，顶点是最低点，即当 $x=-\frac{b}{2a}$，函数取最小值$y_{min}=\frac{4ac-b^2}{4a}$.（2）开口向下，顶点是最高点，即当 $x=-\frac{b}{2a}$，函数取最大值$y_{max}=\frac{4ac-b^2}{4a}$。

对称轴：对称轴 $x=-\frac{b}{2a}$，对称轴与抛物线的唯一交点是抛物线的顶点。特别地，当 $b=0$ 时，抛物线的对称轴是 y 轴。

单调性：当 $a>0$ 时，在对称轴左边单调递减，在对称轴右边单调递增，越靠近对称轴，函数值越小；当 $a<0$ 时，在对称轴左边单调递增，在对称轴右边单调递减，越靠近对称轴，函数值越大。

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图像与 x 轴的交点个数：由判别式Δ决定，若$\Delta>0$，图像与 x 轴有 2 个交点；若$\Delta=0$，图像与 x 轴有 1 个交点；若$\Delta<0$，图像与 x 轴有 0 个交点。

【真题剖析】

例：已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的对称轴为 $x=1$，且过点$(-1,1)$，则（　　）。

A. $b=-2$,　$c=-2$　B. $b=2,c=2$　　C. $b=-2,c=2$

D. $b=-1,c=-1$ E. $b=1,c=1$

【解析】A。本题考查的是二次函数的系数求法，已知抛物线是 y 关于 x 的二次函数，根据二次函数的性质，对称轴 $x=-\frac{b}{2\times 1}=1$，得：$b=-2$，又已知图象过点$(-1,1)$，将坐标代入方程得：$1=1+2+c$，$c=-2$.

例：已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$，则能确定 a,b,c 的值。

（1）曲线 $y=f(x)$经过点（0，0）和点（1，1）.

（2）曲线 $y=f(x)$与直线 $y=a+b$ 相切.

【解析】C。本题考查的是二次函数求系数的问题。这类题就是代已知值，列方程组求系数。条件一：曲线 $y=f(x)$经过点（0，0）和点（1，1），则$\begin{cases}c=0\\a+b+c=1\end{cases}$，得：$\begin{cases}c=0\\a+b=1\end{cases}$，不充分。条件二：曲线 $y=f(x)$与

直线 $y=a+b$ 相切，即直线的截距正好是抛物线的最小值，因此$\frac{4ac-b^2}{4a}=a+b$，不充分。考虑联合，$\begin{cases} c=0 \\ a+b=1 \\ \frac{4ac-b^2}{4a}=a+b \end{cases}$，则：$4a^2+4ab+b^2=(2a+b)^2=0$ 即 $b=-2a$，又因为 $a+b=1$，得：$a=-1$，$b=2$. 充分。