管理类联考数学：算术基础知识 3

平均值

平均值的分类

算术平均值：有 n 个数a_1，a_2，…，a_n，称$\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n}$为这个数的算术平均值，记$\bar{a}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}a_i$，$a_1+a_2+\ldots+a_n=n\bar{a}$.

几何平均值：有 n 个数a_1，a_2，…，a_n，称$\sqrt[n]{a_1a_2\ldots a_n}$为这个数的几何平均值，记 $G=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}a_i}$，$a_1a_2\ldots a_n=G^n$.（适合于正数）

【注意】若$a_1=a_2=\ldots=a_n=a>0$，则$\bar{a}=G=a$。

【真题剖析】

例：甲、乙、丙三个地区的公务员参加一次测评，其人数和考分情况如下表所列:

人数 分数 地区	6	7	8	9
甲	10	10	10	10
乙	15	15	10	20
丙	10	10	15	15

则三个地区按平均分由高到低的排名顺序是（　　）.

A.乙、丙、甲　　B.乙、甲、丙　　C.甲、丙、乙

D.丙、甲、乙　　E.丙、乙、甲

【解析】E。本题考查的是平均值问题，观察表格，甲地区的平均数：$\frac{6\times10+7\times10+8\times10+9\times10}{40}=7.5$，乙地区的平均数：$\frac{6\times15+7\times15+8\times10+9\times20}{60}\approx7.58$，丙地区的平均数：$\frac{6\times10+7\times10+8\times15+9\times15}{50}=7.7$，因此三个地区按平均分由高到低的排名顺序是丙、乙、甲。

平均值定理

1.对 n 个正实数a_1，a_2，…，a_n，有$\bar{a} \geq G$.

2.特殊地，当 $n = 2$ 时，两个正实数的算术平均数大于或等于它们的几何平均数。用不等式可表示为：

若 $a > 0$，$b > 0$ 则：

（1）$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$，$a + b \geq 2\sqrt{ab}$（此不等式可用于求最小值）；

（2）$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$，$ab \leq (\frac{a+b}{2})^2$（此不等式可用于求最大值）。

当且仅当 $a = b$ 时，等号成立。

口诀：积定和最小，和定积最大。

【真题剖析】

例：设点 $A(0，2)$和 $B(1，0)$，在线段 AB 上取一点 $M(x,y)(0 < x < 1)$，则以 x，y 为两边长的矩形面积的最大值为（　　）.

A.$\frac{5}{8}$　B. $\frac{1}{2}$　C. $\frac{3}{8}$　D. $\frac{1}{4}$　E. $\frac{1}{8}$

【解析】B。本题考查的是平均值定理的应用，已知线段 AB 所在的直线方程为：$y = kx + b$，代入点 $A(0，2)$和 $B(1，0)$得：$y = -2x + 2$，即 $2x + y = 2(0 < x < 1，y > 0)$，利用口诀“和定积最大”，则：$2x + y \geq 2\sqrt{2xy}$，即 $2\sqrt{2xy} \leq 2$，得：$xy \leq \frac{1}{2}$.