管理类联考数学：算术基础知识 2

绝对值

绝对值的概念

定义：数轴上一个数所对应的点与原点（0 点）的距离，叫作这个数的绝对值。那么，绝对值只能是非负数。

用数学符号来描述绝对值：实数 a 的绝对值定义为：

$$|a|=\begin{cases}a, & a\geq 0\\ -a, & a<0\end{cases}$$

【注意】正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值仍然是零。

【真题剖析】

例：设 m，n 是小于 20 的质数，满足条件$|m-n|=2$ 的$\{m,n\}$共有（　）。

A.2 组　B. 3 组　C. 4 组　D. 5 组　E. 6 组

【解析】C。本题考查的是质数和绝对值，质数问题常用列举法，熟知的质数为 2，3，5，7，11，13，17，19（小于 20），则满足$|m—n|=2$ 的有｛3，5｝，｛5，7｝，｛11，13｝，｛17，19｝共 4 组。

绝对值的性质

（1）对称性：$|-a|$=$|a|$，即互为相反数的两个数的绝对值相等。

（2）等价性：$\sqrt{a^2}=|a|$，$|a|^2=|a^2|=a^2(a\in R)$。

（3）自比性：$-|a|\leq a\leq |a|$，推广得：$\frac{|a|}{a}=\frac{a}{|a|}=\begin{cases}1, & a>0\\ -1, & a<0\end{cases}$

（4）非负性：$|a|\geq 0$，任何实数 a 的绝对值非负。其他具有非负性的因素：平方数（或偶次乘方），如a^2，a^4，开偶次根号$\sqrt{a}$，$\sqrt[4]{a}$.

（5）同号异号性质：

$|x+y|=|x|+|y|\rightarrow xy\geq 0$

$|x-y|=|x|+|y|\rightarrow xy\leq 0$

$|x-y|<|x+y|\rightarrow xy>0$

$|x-y|<|x+y|\rightarrow xy<0$

【例题剖析】

例：已知 a，b 是实数，则$|a|\le 1$，$|b|\le 1$

（1）$|a+b|\le 1.$　　　　（2）$|a-b|\le 1.$

【解析】C。本题考查的是绝对值问题。这类问题需要去绝对值，常用去绝对值的方法为分类讨论和两边同时平方。条件一：$|a+b|\le 1$，两边同时平方得：$(a+b)^2\le 1$，若 $a=4$，$b=-3$ 满足条件，但显然结论不成立，不充分。条件二：$|a-b|\le 1$，两边同时平方得：$(a-b)^2\le 1$，若 $a=4$，$b=3$ 满足条件，但显然结论不成立，也不充分。考虑联合，$\begin{cases}(a+b)^2\le 1① \\ (a-b)^2\le 1②\end{cases}$，①+②化简后得：$a^2+b^2\le 1$，又因为$a^2\ge 0$，$b^2\ge 0$，则$|a|\le 1$ 且$|b|\le 1$，成立。

绝对值不等式

（1）　$|x|<a\leftrightarrow -a<x<a(a>0)$

（2）　$|x|>a\leftrightarrow x<-a$ 或 $x>a(a>0)$

（3）三角不等式：$|a|-|b|\le|a+b|\le|a|+|b|$

【真题剖析】

例：已知 a，b，c 为三个实数，则 $min\{|a-b|，|b-c|，|a-c|\}\le 5.$

（1）$|a|\le 5$，$|b|\le 5$，$|c|\le 5$。（2）$a+b+c=15$。

【解析】A。本题考查的是绝对值不等式问题。条件一：$|a|\le 5$，$|b|\le 5$，$|c|\le 5$，即 a、b、$c\in[-5，5]$，把 a、b、c 三个数放在$[-5，5]$之间的位置，无论如何放，均有 $min\{|a-b|，|b-c|，|a-c|\}\le 5.$ 充分。条件二：$a+b+c=15$。举反例，取 $a=-2$，$b=4$，$c=13$，则 $min\{|a-b|，|b-c|，|a-c|\}=min\{6，9，15\}=6$，不充分。