

## 管理类联考数学：经典应用题型 6

### 集合问题

容斥原理含义：先不考虑重叠的情况，把包含于某内容中所有对象的数目先计算出来，然后把计算的重合数目排斥出去，使得计算的结果既无遗漏又无重复，这种计数的方法称为容斥原理。

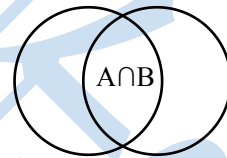
#### 两个集合容斥问题

1. 如果被计数的事物有 A, B 两类，那么  $A \cup B = A + B - A \cap B$ 。

【注意】 $A + B$  表示 A 的个数加上 B 的个数，这个总数里，可能有重合的元素个数。

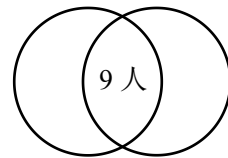
2. 文氏图

解决简单的两类被计数事物之间的重叠问题时，采用文氏图会更加便捷之间。如图所示，左边圆圈表示 A，右边圆圈表示 B，中间部分表示 A 与 B 的交集，即  $A \cup B = A + B - A \cap B$ 。



#### 【真题剖析】

例：张老师到一所中学进行招生咨询，上午接到了 45 名同学的咨询，其中的 9 位同学下午又咨询了张老师，占张老师下午咨询学生的 10%。一天中向张老师咨询的学生人数为（ ）。



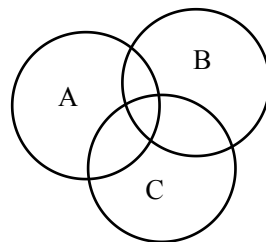
A. 81 名    B. 90 名    C. 115 名    D. 126 名    E. 135 名

【解析】D。本题考查的是集合问题。根据题意下午咨询的人数为： $9 \div 10\% = 90$ （人），上午咨询的人数为 45 人，但因为 9 人上午下午都咨询了，因此这 9 人重复计算了，利用容斥定理公式： $A \cup B = A + B - A \cap B$ ，一天咨询的总人数应该为  $45 + 90 - 9 = 126$  人。

#### 三个集合容斥问题

1. 如果被计数的事物有 A, B, C 三类，那么  $A \cup B \cup C = A + B + C - A \cap B - B \cap C - C \cap A + A \cap B \cap C$ 。

【注意】 $A + B + C$  表示 A 的个数加上 B 的个数再加上 C 的个数，这个总数里，可能有重合的元素个数。



## 2.文氏图

解决简单的两类被计数事物之间的重叠问题时，采用文氏图会更加便捷之间。如图所示，左边圆圈表示A，右边圆圈表示B，中间部分表示A与B的交集，即  $A \cup B \cup C = A + B + C - A \cap B - B \cap C - C \cap A + A \cap B \cap C$ 。

### 【真题剖析】

例：有 96 位顾客至少购买了甲、乙、丙三种商品中的一种。经调查，同时购买了甲、乙两种商品的有 8 位，同时购买了甲、丙两种商品的有 12 位，同时购买了乙、丙两种商品的有 6 位，同时购买了三种商品的有 2 位，则仅购买一种商品的顾客有（ ）。

- A. 70 位      B. 72 位      C. 74 位      D. 76 位      E. 82 位

【解析】 C。本题考查的是集合问题。题中出现的三类事物甲，乙和丙商品分别为事物 A，B，C，这三类事物中间有重叠部分，则根据容斥问题的公式，结合右侧文氏图，题目所求部分  $= A + B + C - A \cap B - A \cap C - B \cap C + 2 \times A \cap B \cap C$ 。由题意可知， $A + B + C = 96$ ， $A \cap B = 8$ ， $A \cap C = 12$ ， $B \cap C = 6$ ， $A \cap B \cap C = 2$ ，因此仅购买一种商品的顾客人数为： $96 - 8 - 12 - 6 + 2 \times 2 = 74$ 。

