2019 年 MBA 数学考试真题及解析

一、问题求解：第 1～15 小题，每小题 3 分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的。

1. 某车间计划 10 天完成一项任务，工作 3 天后因故停工 2 天，若仍要按原计划完成任务， 则工作效率需要提高（）。

A. 20%　　B. 30%　　C. 40%　　D. 50%　　E. 60%

【答案及分析】 C。本题考查的是工程问题和增长问题，首先明确“工作总量=工作时间×工作效率”，一般情况工作总量往往是一定的，在并未明确告诉工作总量时，我们把工作总量看作“1”。本题一开始的工作效率为$\frac{1}{10}$，前面三天的工作总量为$\frac{3}{10}$，剩余的工作总量为 1－$\frac{3}{10}$=$\frac{7}{10}$。按照题目意思，按原计划完成，剩余的工作时间为 10－3－2=5（天），因此剩下 5 天的工作效率为$\frac{7}{10}$÷5=$\frac{7}{50}$。现在的工作效率比原来的工作效率高$\frac{7}{50}-\frac{1}{10}=\frac{2}{50}$，因此需在原工作效率上提高$\frac{2}{50}\div\frac{1}{10}=\frac{2}{5}$。即 40%才能按原计划完成。

2. 设函数$f(x)=2x+\frac{a}{x^2}(a>0)$在（0，+∞）内的最小值为$f(x_0)$= 12，则$x_0$=（　　）。

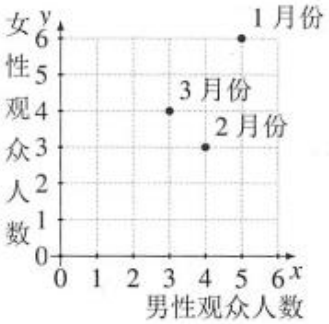
A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2　　E. 1

【答案及分析】 B。本题考查的是不等式用于求最值问题，若干个正实数，算术平均值为$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$，几何平均值为$\sqrt[n]{a_1a_2\ldots a_n}$，算术平均值≥几何平均值。当且仅当$a_1=a_2=\cdots=a_n$时，算术平均值=几何平均值，此时算术平均值取得最小值。因此，本题可转化为$\frac{x+x+\frac{a}{x^2}}{3}\geqslant\sqrt[3]{x\cdot x\cdot\frac{a}{x^2}}$，即$f(x)\geq 3\sqrt[3]{a}$。又因为最小值为 12，当且仅当$x=x=\frac{a}{x^2}$，即$3\sqrt[3]{a}=12$，$a=64$，$x=4$。

3. 某影城统计了一季度的观众人数，如右图所示，则一季度的男、女观众人数之比为（　　）。

A. 3:4　　B. 5:6

C. 12:13　　D. 13:12　　E. 4:3



【答案及分析】 C。本题考查的是比与比例的问题，两个数相除，又称为是两个数的比。一季度的男观众人数为：5+4+3=12（人），一季度的女性观众人数为：6+3+4=13（人），因此，一季度的男、女观众人数之比为12÷13＝12:13。

4. 设圆 C 与圆 $(x-5)^2+y^2=2$，关于$y=2x$对称，则圆 C 的方程为（　　）。

A. $(x-3)^2+(y-4)^2=2$ B. $(x+4)^2+(y-3)^2=2$

C. $(x-3)^2+(y+4)^2=2$ D. $(x+3)^2+(y+4)^2=2$ E. $(x+3)^2+(y-4)^2=2$

【答案及分析】 E。本题考查的是圆与圆关于直线对称的问题，这类问题抓住两个关键点，①两个圆的圆心关于直线对称，即两圆心的中点在直线上；②两圆心连线的直线与对称的直线的位置关系为垂直关系，斜率之积为-1。设圆 C 的圆心o_1坐标为（a，b），已知圆的圆心o_2坐标为（5, 0），则o_1o_2中点坐标为（$\frac{a+5}{2}$，$\frac{b}{2}$），o_1o_2所在的直线斜率k_1为$\frac{b}{a-5}$，代入已知结论中，$\frac{b}{2}=2\times\frac{a+5}{2}$，$\frac{b}{a-5}\times 2=-1$，解出$a=-3, b=4$。即圆 C 的圆心$o_1$坐标为（$-3$，4）。

5. 设实数 a，b 满足 $ab=6$，$|a+b|+|a-b|=6$，则$a^2+b^2=$（　　）

A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 13　　E. 14

【答案及分析】 D。本题考查的是绝对值问题，方法一：因为$|a+b|+|a-b|=6$，即$\sqrt{a^2+b^2+2ab}+\sqrt{a^2+b^2-2ab}$=6，解得：$a^2+b^2$ =13。方法二：特殊值法。已经a，b同号，根据已知条件假设$a=3$，$b=2$符合题意，因而$a^2+b^2=13$。

6. 将一批树苗种在一个正方形花园的边上，四角都种。如果每隔 3 米种一棵，那么剩余 10 棵树苗；如果每隔 2 米种一棵，那么恰好种满正方形的 3 条边，则这批树苗有（　　）棵。

A. 54　　B. 60　　C. 70　　D. 82　　E. 94

【答案及分析】 D。本题考查的是植树问题，需先弄懂种树的方法，两端都种树，则棵数、间距及总长之间的关系为：棵树=总长÷间距－1。因而可假设这批树苗为x棵，正方形的边长为y米。方案一的种树方法为：

（$\frac{y}{3}-1$）×4+4＝x－10；方案二的种树方法为：（$\frac{y}{2}-1$）×3+4＝x；解得：$x=82$，$y=54$。

7. 在分别标记 1, 2, 3, 4, 5, 6 的 6 张卡片里，甲抽取 1 张，乙从余下的卡片中再抽取 2 张，乙的卡片数字之和大于甲的卡片数字的概率为（　　）。

A. $\frac{11}{60}$　　B. $\frac{13}{60}$　　C. $\frac{43}{60}$　　D. $\frac{47}{60}$　　E. $\frac{49}{60}$

【答案及分析】 D。本题考查的是概率问题，概率问题就是确定总事件个数，所求事件的个数。先利用排列组合的知识确定总事件的个数。总事件为：$C_6^1C_5^2=60$，题目要求乙的卡片数字之和大于甲的卡片数字的概率，枚举法不合适，可转化为对立事件求概率，先把对立事件“乙的卡片数字之和小于及等于甲的卡片数字的概率”求出来，枚举出来事件个数为 13，因而$p_{（乙的卡片数字之和小于及等于甲的卡片数字）}=\frac{13}{60}$。再利用对立事件求概率的方法：$p_{(乙的卡片数字之和大于甲的卡片数字)}=1-\frac{13}{60}=\frac{47}{60}$。

8. 10 名同学的语文和数学成绩如下表：

语文成绩（分）	90	92	94	88	86	95	87	89	91	93
数学成绩（分）	94	88	96	93	90	85	84	80	82	98

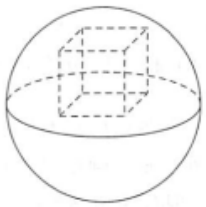
语文和数学成绩的均值分别为E_1和E_2，标准差分别为δ_1和δ_2，则（　　）。

A. $E_1>E_2$，$\delta_1>\delta_2$　　B. $E_1>E_2$，$\delta_1<\delta_2$　　C. $E_1>E_2$，$\delta_1=\delta_2$

D. $E_1<E_2$，$\delta_1>\delta_2$　　E. $E_1<E_2$，$\delta_1<\delta_2$

【答案及分析】 B。本题考查的是平均值、方差与标准差的问题，语文成绩的平均值求法为：$\frac{0+2+4-2-4+5-3-1+1+3}{10}+90=90.5$，数学成绩的平均值为：$\frac{4-2+6+3+0-5-6-10-8+8}{10}+90=89$。即$E_1>E_2$。方差和标准差反映的是数据的波动大小，方差或标准差越大，说明数据的波动越大，越不稳定；反之方差或标准差越小，说明数据的波动越小，就越整齐，越稳定。由上表看出语文成绩更整齐稳定，因而$\delta_1<\delta_2$。

9. 如右图，正方体位于半径为 3 的球内，且一面位于球的大圆上，则正方体表面积最大为（　　）。



A. 12　　B. 18　　C. 24　　D. 30　　E. 36

【答案及分析】 E。本题考查的是空间几何体的表面积问题，由题意可知，本题要求正方体表面积最大，即正方体最大时，表面积最大。正方体最大时，也就是外接半圆时，圆半径$\frac{1}{2}a^2+a^2=R^2=9$，解得$a^2=6$，因而表面积为$6a^2=36$。

10. 在三角形ABC中，AB=4，AC=6，BC=8，D为BC的中点，则AD=（　　）。

A. $\sqrt{11}$　B. $\sqrt{10}$　　C. 3　　D. $2\sqrt{2}$　　E. $\sqrt{7}$

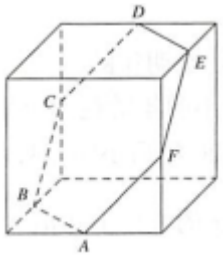
【答案及分析】 B。本题考查的是三角形相关性质，根据中线定理：三角形一条中线两侧所对的边平方和等于底边平方的一半与该边中线平方的两倍的和（由余弦定理或向量方法均可推出）。即$AB^2+AC^2=\frac{1}{2}BC^2+2AD^2$，代入数据得：$AD=\sqrt{10}$。

11. 某单位要铺设草坪，若甲、乙两公司合作需 6 天完成，工时费共 2.4 万元。若甲公司单独做 4 天后由乙公司接着做 9 天完成，工时费共计 2.35 万元。若由甲公司单独完成该项目， 则工时费共计（　）万元。

A. 2.25　　B. 2.35　　C. 2.4　　D. 2.45　　E. 2.5

【答案及分析】 E。本题考查的是工程问题中的合作问题， 假设甲单独做需要x天，乙单独做需要y天。则由题意知：$\begin{cases}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\times 6=1\\ \frac{4}{x}+\frac{9}{y}=1\end{cases}$解得：$\begin{cases}x=10\\ y=15\end{cases}$。再假设甲每天的工时费为$m$，乙每天的工时费为$n$，则$\begin{cases}(m+n)\times 6=24000\\ 4m+9n=23500\end{cases}$解得：$\begin{cases}m=2500\\ n=1500\end{cases}$，因此甲公司单独做需要的工时费为：$2500\times 10=2.5$（万元）。

12. 如右图，六边形$ABCDEF$是平面与棱长为 2 的正方体所截到的，若A，B，D，E分别为相应棱的中点，则六边形$ABCDEF$的面积为（　　）。

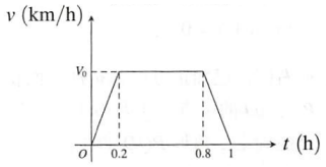


A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{3}$　　E. $4\sqrt{3}$

【答案及分析】 D。本题考查的是多边形的面积计算，根据题意可知截出的六边形为正六边形，且边长为$\sqrt{2}$。连接正六边形的所有对角线，将正六边形的面积分为六个全等的正三角形面积和。因此，六边形$ABCDEF$的面积为：$6\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2}=3\sqrt{3}$。

13. 货车行驶 72 千米用时 1 小时，其速度V与行驶时间t的关系如右图所示，则$V_0=$（　）。

A. 72　　B. 80　　C. 90　　D. 85　　E. 100



【答案及分析】 C。本题考查的是行程问题与分段函数的综合运用，由题意可知，货车 1 小时行驶的路程，即是函数图像与x轴围成图形的面积，因此将实际问题转化为图形面积问题。该梯形的面积为：$\frac{1}{2}\times(0.6+1)\times V_0$ =72，解得：$V_0=90$。

14. 某中学的 5 个学科各推荐 2 名教师作为支教候选人，若从中选派来自不同学科的 2 人参加支教工作，则不同的选派方式有（　）种。

A. 20　B. 24　C. 30　D. 40　E. 45

【答案及分析】D。本题考查的是排列组合中的组合问题，由题意可知，总共的选派方法有：$C_{10}^2=45$（种），要求来自不同学科的 2 人参加支教工作，可先算出它的对立事件个数，来自同个学科的 2 人总共有 5 种，因而，45-5=40（种）。

15. 设数列$\{a_n\}$满足$a_1=0$，$a_{n+1}-2a_n=1$，则$a_{100}=$（　）。

A. $2^{99}-1$　　B. 2^{99}　　C. $2^{99}+1$　　D. $2^{100}-1$　　E. $2^{100}+1$

【答案及分析】 A。本题考查的是数列中求通项公式问题。对于既不是等比数列也不是等差数列，我们需要拼凑出新的数列，使它满足等差或等比数列。本题中的已知条件$a_{n+1}-2a_n=1$满足$a_{n+1}=Aa_n+B$的形式，因而可以转化为$a_{n+1}+t=p$（$a_n+\mathrm{t}$）的形式，此题可化为$a_{n+1}+1=2$（a_n+1），因而$\{a_n+1\}$是一个等比数列，且首项为 1，公比为 2。则由等比数列的通项公式可知：$a_n+1=2^{n-1}$，因此，$a_{100}=2^{99}-1$。

二、条件充分性判断：第 16～25 小题，每小题 3 分，共 30 分。要求判断每题 给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、 D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑。

（A）条件（1）充分，但条件（2）不充分.

（B）条件（2）充分，但条件（1）不充分.

（C）条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分.

（D）条件(1)充分，条件(2)也充分.

(E)条件(1)和(2)单独都不充分，但条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

16. 甲、乙、丙三人各自拥有不超过 10 本图书，甲丙购入 2 本图书后，他们拥有的图书数量 构成等比数列，则能确定甲拥有图书的数量。

(1)已知乙拥有的图书数量。　　(2)已知丙拥有的图书数量。

【答案及分析】 C。本题考查的是数列问题和充分性问题。首先假设甲、乙、丙原来有x，y，z本书，且x，y，z都小于等于 10，甲丙购入 2 本图书后为$x+2$，y，$z+2$，构成等比数列则满足$y^2=(x+2)(z+2)$，可知要想求出x，必须要知道y和z。因此条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分。如 6，6，6 或 3，6，12。

17. 有甲乙两袋奖券，获奖率分别为p和q，某人从两袋中各随机抽取 1 张奖券，则此人获奖的概率不小于$\frac{3}{4}$。

(1)已知$p+q=1$。　　(2)已知$pq=\frac{1}{4}$。

【答案及分析】 D。本题考查的是概率问题和不等式问题。求获奖的概率，包括“甲袋获奖”、“乙袋获奖”“甲乙都获奖”三种，枚举起来比较麻烦，因此先计算不获奖的概率，再间接求出获奖概率。即获奖概率为：$1-(1-p)(1-q)=p+q-pq$。由均值不等式可知：$(\frac{a+b}{2})^2\geq ab$，则本题中$(\frac{p+q}{2})^2\geq pq$，即$(p+q)^2\geq 4pq$。条件一：$p+q=1$，则$pq\leq\frac{1}{4}$. 代入原式子中，可知结果成立，是充分条件。条件二：$pq=\frac{1}{4}$，则$p+q\geq 1$，代入原式子中，可知结果也成立，是充分条件。

18. 直线$y=kx$与圆$x^2+y^2-4x+3=0$有两个交点。

(1)已知$-\frac{\sqrt{3}}{3}<k<0$。 (2)已知 $0<k<\frac{\sqrt{2}}{2}$。

【答案及分析】 A。本题考查的是直线与圆的位置关系问题。求这种题有两种方法，几何法和代数法。代数法利用联立方程组，得到一元二次方程，利用Δ判断有无方程根，从而确定直线与圆的位置关系。常用的是代数法，将直线与圆的位置关系转化为圆心到直线的距离d与圆半径r的大小比较，若$d>r$，则相离，无交点；若$d=r$，则相切，有且仅有一个交点；若$d<r$，则相交，有两个交点。因而本题先确定圆心坐标为（2，0），$r=1$，则$d=\frac{|2k|}{\sqrt{k^2+1}}$，且$\frac{|2k|}{\sqrt{k^2+1}}<1$，解得：$-\frac{\sqrt{3}}{3}<k<\frac{\sqrt{3}}{3}$. 因此条件一充分，条件二不充分。

19. 能确定小明年龄。

（1）小明年龄是完全平方数。（2）20 年后小明年龄是完全平方数。

【答案及分析】 C。本题考查的是年龄问题的代数计算。已知条件一满足的数字有 1, 4，9，16…等，因而不充分。条件二：20 年后小明年龄是完全平方数，满足的数字有 25，36, 49…等，因而不充分。但条件一和条件二同时满足时，通过列举可知小明的年龄 16 岁是惟一符合条件的，因而两个条件同时满足，可以确定小明的年龄。

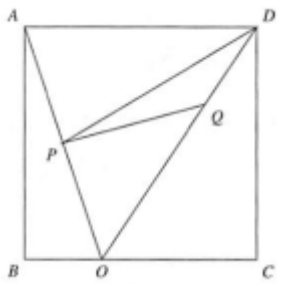
20.关于x的方程$x^2+ax+b-1=0$有实根。

（1）$a+b=0$。　　（2）$a-b=0$。

【答案及分析】 D。本题考查的是一元二次方程的解。利用判别式$\Delta=\sqrt{b^2-4ac}$（注意这里的a，b，c分别指的是二次项系数，一次项系数和常数项）。有实根，则说明$\Delta\geq 0$，即$\sqrt{a^2-4\times 1\times(b-1)}\geq 0$化简后为$a^2-4b+4\geq 0$。条件一：$a+b=0$，则化为$(b-2)^2\geq 0$恒成立，满足题意。条件二：$a-b=0$，则化为$(b-2)^2\geq 0$恒成立，也满足题意。因此条件一和条件二都充分。

21. 如右图，已知正方形$ABCD$的面积，O为BC上一点，P为AO的中点，Q为DO上一点。则能确定三角形PQD的面积。

（1）O为BC的三等分点。（2）Q为DO的三等分点。



【答案及分析】 B。本题考查的是三角形面积的替换法求解。已知$S_{\Delta AOD}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$，$S_{\Delta OPD}=\frac{1}{2}S_{\Delta AOD}=\frac{1}{4}S_{ABCD}$，因此三角形$PQD$的面积只与$Q$的位置相关，与其它无关。对于条件（2），$Q$为$OD$的三等分点，所以$S_{\Delta PQD}=\frac{1}{3}S_{\Delta OPD}=\frac{1}{12}S_{ABCD}$。对于条件（1），$O$的位置不影响$S_{\Delta AOD}$的大小，所以无关。

22. 设n为正整数，则能确定n除以 5 的余数。

（1）已知n除以 2 的余数。（2）已知n除以 3 的余数。

【答案及分析】 E。本题考查的是实数中的余数问题。当n取 2 和 3 的公倍数，如 6，12，18，24 时，除以 5 的余数分别为 1，2，3，4，所以并不能根据这两个条件来确定除以 5 的余数具体是多少，因而都不充分。

23. 某校理学院五个系每年的录取人数如下表：

系列	数学系	物理系	化学系	生物系	地学系
录取人数(人)	60	120	90	60	30

今年与去年相比，物理系的录取平均分没变，则理学院的录取平均分升高了。

(1) 数学系的录取平均分升高了 3 分，生物系的录取平均分降低了 2 分。

(2) 化学系的录取平均分升高了 1 分，地学系的录取平均分降低了 4 分。

【答案及分析】 C。本题考查的是数学逻辑思维和运算能力。从题目中读取信息“只有物理系的录取平均分没变”，则条件一和条件二单独使用时，没能确定所有的变量，因而不能得出结论。单独不充分，则考虑联合。发现：数学总分提高了 60×3＝180 分，化学总分提高了 90×1＝90 分，生物总分降低了 60×2＝120 分，地学总分降低了 30×4＝120 分，因此可知整个理学院分数提高了 180+90-120-120=30 分。总分提高，则平均分必然提高。因此联合充分。

24. 设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则数列$\{a_n\}$是等差数列。

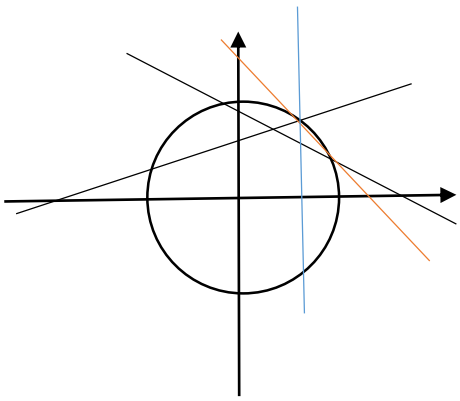
（1）$S_n=n^2+2n$，$n=1$，2，3，…

（2）$S_n=n^2+2n+1$，$n=1$，2，3，…

【答案及分析】 A。本题考查的是求数列的通项公式问题。需注意的问题有两点：①首项是否也满足通项公式；②利用$a_n = S_n - S_{n-1}$求通项公式。条件一：S_n=$n^2 + 2n$，则$a_1 = 3$，$a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 + 2n - [(n-1)^2 + 2(n-1)] = 2n + 1$。验证$a_1 = 3$满足，因此符合条件，独立充分。条件二：$S_n$=$n^2 + 2n + 1$，则$a_1 = 4$，$a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 + 2n + 1 - [(n-1)^2 + 2(n-1) + 1] = 2n + 1$。验证$a_1 = 3$与$a_1 = 4$矛盾，因此不符合条件。本题还可以采用技巧法，已知等差数列前n项和为S_n=$a_1 n + \frac{n(n-1)}{2} d$，化为关于$n$的函数为$S_n$=$\frac{d}{2} n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$，因此等差数列前$n$项和$S_n$是关于$n$的二次函数，且没有常数项。因此条件一充分，条件二不充分。

25. 设三角形区域 D 由直线 $x + 8y - 56 = 0$，$x - 6y + 42 = 0$ 与$kx - y + 8 - 6k = 0(k < 0)$围成，则对任意的$(x, y) \in D$，$\lg(x^2 + y^2) \leq 2$。

（1）$k \in (-\infty, -1]$

（2）$k \in [-1, -\frac{1}{8})$

【答案及分析】 A。本题考查的是线性规划问题和不等式恒成立问题。解题思路就是将代数问题转化成几何图像问题，对任意的$(x, y) \in D$，$\lg(x^2 + y^2) \leq 2$，即$x^2 + y^2 \leq 100$，这个可以看成以原点为圆心，半径为10，任意的点$(x, y) \in D$，都在圆内或圆上。设直线$x + 8y - 56 = 0$为l_1，l_1与圆的交点坐标为（8, 6），设直线$x - 6y + 42 = 0$为l_2，l_2与圆的交点坐标为（6, 8），且$kx - y + 8 - 6k = 0(k < 0)$恒过定点（6, 8），因此，当直线$kx - y + 8 - 6k = 0(k < 0)$，过（6, 8），（8, 6）时为临界线，此时斜率$k = -1$。在黄线与蓝线之间都是可取范围，因而$k \leq -1$是充分条件。$k \in [-1, -\frac{1}{8})$为不满足条件。