2015 年 MBA 数学考试真题及解析

一、问题求解：第 1～15 小题，每小题 3 分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的。

1. 若实数 a,b,c 满足 $a:b:c=1:2:5$，且 $a+b+c=24$，则 $a^2+b^2+c^2=$（　）.

A.30　B. 90　C. 120　D. 240　E. 270

【答案及分析】 E。本题考查的是比和比例问题，利用份数来表示比例，已知$a:6:c=1:2:5$，则总份数为 8 份，又已知$a+b+c=24$，总和为 24，则每一份为：24÷8=3，,$a=3\times1=3$，$b=3\times2=6$，$c=3\times5=15$，则$a^2+b^2+c^2=9+36+225=270$。

2. 某公司共有甲、乙两个部门。如果从甲部门调 10 人到乙部门，那么乙部门人数是甲部门 人数的 2 倍；如果把乙部门员工的$\frac{1}{5}$调到甲部门，那么两个部门的人数相等。该公司的总人数为（　）.

A.150　B. 180　C. 200　D. 240　E. 250

【答案及分析】 D。本题考查的是和差倍数问题，利用设未知数列方程计算，需要注意里面的和差倍数关系。设甲、乙两个部门的人数分别为x人，y人，则：$\begin{cases}y+10=2(x-10)\\ \frac{4}{5}y=x+\frac{1}{5}y\end{cases}$，解得：$\begin{cases}y=150\\ x=90\end{cases}$，因此该公司的总人数为：$150+90=240$人。

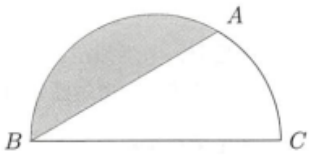
3. 设m,n是小于 20 的质数，满足条件$|m-n|=2$的｛m，n｝共有（　）.

A.2 组　B. 3 组　C. 4 组　D. 5 组　E. 6 组

【答案及分析】 C。本题考查的是数的性质，质数问题常用列举法，熟知的质数为 2，3，5，7，11，13，17，19（小于 20），则满足$|m-n|=2$的有｛3，5｝，｛5，7｝，｛11，13｝，｛17，19｝共 4 组。

4. 如图所示，BC是半圆的直径，且$BC=4$，$\angle ABC=30°$，则图中阴影部分的面积为（　）。

A. $\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$　B. $\frac{4}{3}\pi-2\sqrt{3}$　C. $\frac{2}{3}\pi+\sqrt{3}$　D. $\frac{2}{3}\pi+2\sqrt{3}$　E. $2\pi-2\sqrt{3}$



【答案及分析】 A。本题考查的是阴影部分的面积，不规则图形的阴影面积常用间接作差法（求和法），本题取 BC 的中点 O 为圆心，连接 AO，则 $S_{阴影}=S_{扇形\ AOB}-S_{\Delta AOB}$，已知 AO=BO=$\frac{1}{2}BC$ =2，$\angle ABC=30°$，三角形 AOB为等腰三角形，$\angle AOB=\frac{2}{3}\pi.S_{扇形\ AOB}=\frac{\frac{2}{3}\pi}{2\pi}\times\pi r^2=\frac{4}{3}\pi,S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}AO\times BO\times\sin\frac{2}{3}\pi=\sqrt{3}$，因此$S_{阴影}=\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$。

5. 某人驾车从 A 地赶往 B 地，前一半路程比计划多用时 45 分钟，平均速度只有计划的 80%。若后一半路程的平均速度为 120 千米/小时，此人还能按原定时间到达 B 地。A，B 两地的距离为（ ）.

A.450 千米　B. 480 千米　C. 520 千米　D. 540 千米　E. 600 千米

【答案及分析】 D。本题考查的是行程问题，设 A，B 两地的距离为 S 千米，原计划的速度为 V 千米/小时，

则$\begin{cases}\frac{\frac{S}{2}}{0.8V}-\frac{\frac{S}{2}}{V}=\frac{3}{4}\\ \frac{\frac{S}{2}}{0.8V}+\frac{\frac{S}{2}}{120}=\frac{S}{V}\end{cases}$解得：$\begin{cases}V=90\\ S=540\end{cases}$，因此 A，B 两地的距离为 540 千米。

6. 在某次考试中，甲、乙、丙三个班的平均成绩分别为 80，81 和 81.5，三个班的学生得分 之和为 6952，三个班共有学生（　）.

A. 85 名　B. 86 名　C. 87 名　D. 88 名　E. 90 名

【答案及分析】 B。本题考查的是用平均值解决实际问题，假设三个班共有学生x人，则$\frac{6952}{81.5}<x<\frac{6952}{80}$，即$85.3<x<86.9$，因此三个班共有学生 86 名。

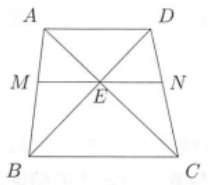
7. 有一根圆柱形铁管，管壁厚度为 0.1 m，内径为 1.8 m，长度为 2 m，若将该铁管熔化后烧铸成长方体，则该长方体的体积为（单位：m^3，$\pi=3.14$）（　）.

A. 0.38　B. 0.59　C. 1.19　D. 5.09　E. 6.28

【答案及分析】C。本题考查的是圆柱的体积求法，题干种所求长方体体积等于铁管的体积，$V_{铁管}=V_{大圆柱}-V_{小圆柱}=\pi R^2h-\pi r^2h$，已知$r=1.8\div 2=0.9$，则$R=0.9+0.1=1$，代入得：$V_{铁管}=\pi h(R^2-r^2)=\pi h(R+r)(R-r)=1.19$.

8. 如图所示，梯形$ABCD$的上底与下底分别为 5，7，E 为 AC 与 BD 的交点，MN 过点 E 且平行于 AD，则 MN=（　　）.

A.$\frac{26}{5}$　B. $\frac{11}{2}$　C. $\frac{35}{6}$　D. $\frac{36}{7}$　E. $\frac{40}{7}$



【答案及分析】 C。本题考查的是相似三角形，已知梯形$ABCD$的上底与下底分别为 5，7，则$\Delta ADE\backsim\Delta CEB$，$\frac{AD}{BC}=\frac{DE}{EB}=\frac{AE}{CE}=\frac{5}{7}$，因此$\frac{DE}{DB}=\frac{5}{12}$，$\frac{BE}{DB}=\frac{7}{12}$.又因为 $MN\parallel AD\parallel BC$，$\Delta DEN\backsim\Delta DBC$，$\frac{DE}{DB}=\frac{EN}{BC}=\frac{5}{12}$，则$EN=\frac{35}{12}$。同理：$\Delta BEM\backsim\Delta BAD$，$\frac{ME}{AD}=\frac{BE}{BD}=\frac{7}{12}$，则$ME=\frac{35}{12}$。所以 MN=$\frac{35}{6}$。

9. 若直线$y=ax$与圆$(x-a)^2+y^2=1$相切，则$a^2=$（　）。

A. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$　B. $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　D. $1+\frac{\sqrt{5}}{3}$　E.$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

【答案及分析】 E。本题考查的是直线与圆的位置关系，主要利用圆心到直线的距离与半径的大小来解题。已知$(x-a)^2+y^2=1$是以$(a,0)$为圆心，半径为 1 的圆。已知直线与圆相切，圆心$(a,0)$到直线$y=ax$的距离$d=\frac{|a^2|}{\sqrt{a^2+1}}$=1，解得：$a^2=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$。

10. 设点$A(0,2)$和$B(1,0)$，在线段 AB 上取一点$M(x,y)(0<x<1)$，则以x,y为两边长的矩形面积的最大值为（　）.

A.$\frac{5}{8}$　B. $\frac{1}{2}$　C. $\frac{3}{8}$　D. $\frac{1}{4}$　E. $\frac{1}{8}$

【答案及分析】 B。本题考查的是平均值定理的应用，已知线段 AB 所在的直线方程为：$y=kx+b$，代入点$A(0,2)$和$B(1,0)$得：$y=-2x+2$，即$2x+y=2(0<x<1，y>0)$，利用口诀“和定积最大”，则：$2x+y\geq 2\sqrt{2xy}$，即$2\sqrt{2xy}\leq 2$，得：$xy\leq\frac{1}{2}$.

11. 已知直线x_1，x_2是圆$x^2-ax-1=0$的两个实根，则${x_1}^2+{x_2}^2=$（　）.

A. a^2+2　　B. a^2+1　　C. a^2-1　　D. a^2-2　　E. $a+2$

【答案及分析】 A。本题考查的是方程根与系数的关系，若方程$ax^2+bx+c=0$有两个实数根x_1，x_2，根据韦达定理有：$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$。本题已知直线x_1，x_2是圆$x^2-ax-1=0$的两个实根，则$x_1+x_2=a$，$x_1x_2=-1$，因此${x_1}^2+{x_2}^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=a^2+2$。

12. 一件工作，甲、乙两人合作需要 2 天，人工费 2900 元；乙、丙两人合作需要 4 天，人 工费 2600 元；甲、丙两人合作 2 天完成了全部工作量的$\frac{5}{6}$，人工费 2400 元.甲单独做该工作需要的时间与人工费分别为（　）.

A.3 天，3000 元　　B. 3 天，2580 元　　C. 4 天，3000 元

D. 4 天，2980 元　　E. 4 天，2900 元

【答案及分析】 A。本题考查的是工程合作问题，设甲、乙、丙单独完成这项工作分别需要x天，y天，z天，每天所需费用分别为a元，b元和c元。则根据已知条件列式：$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}\\ \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{4}\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{5}{12}\end{cases}$，得：$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{7}{12}$，因而$\frac{1}{x}=\frac{7}{12}-\frac{1}{4}=\frac{1}{3}$，因此甲单独做该工作需要的时间为 3 天。已知$\begin{cases}2a+2b=2900\\ 4b+4c=2600\\ 2a+2c=2400\end{cases}$解得：$\begin{cases}a=1000\\ b=450\\ c=200\end{cases}$，因此甲单独做该工作需要的人工费为：1000×3=3000 元。

13. 某新兴产业在 2005 年年末至 2009 年年末产值的年平均增长率为q，在 2009 年年末至 2013 年年末产值的年平均增长率比前四年下降了 40%，2013 年的产值约为 2005 年产值的 14.46($\approx 1.95^4$)倍，则q约为（　）.

A.30%　B. 35%　C. 40%　D. 45%　E. 50%

【答案及分析】 E。本题考查的是增长率问题，重点理解年平均增长率是在上一年的基础上增加的，需要以上一年为基数。假设 2005 年年末产值为x，则 2006 年年末产值为$x(1+q)$，2007 年年末产值为$x(1+q)(1+q)$，因此 2009 年年末的产值为$x(1+q)^4$.易错点“年平均增长率比前四年下降了 40%”指的是在q的基础上下降了 40%，即年平均增长率变为了$0.6q$，则 2010 年年末产值为：$x(1+q)^4(1+0.6q)$，因此 2013 年年末产值为：$x(1+q)^4(1+0.6q)^4$，根据题意列出等式：$x(1+q)^4(1+0.6q)^4=14.46x$，解得：$q=0.5$.

14. 某次网球比赛的四强对阵为甲对乙、丙对丁，两场比赛的胜者将争夺冠军，选手之间相 互获胜的概率如下：

获胜概率	甲	乙	丙	丁
甲获胜概率		0.3	0.3	0.8
乙获胜概率	0.7		0.6	0.3
丙获胜概率	0.7	0.4		0.5
丁获胜概率	0.2	0.7	0.5	

甲获得冠军的概率为（ ）.

A. 0.165　　B. 0.245　　C. 0.275　　D. 0.315　　E. 0.330

【答案及分析】 A。本题考查的是概率问题，主要利用乘法计数原理（分步）和加法计数原理（分类）突破。要想甲获得冠军，第一轮，甲必须获胜，观察表格，甲对乙，甲获胜的概率为 0.3.第二轮，对手分为丙或丁两类，对手为丙（丙胜丁）的概率为 0.5，甲对丙获胜的概率为 0.3，那么甲获得冠军的概率为：0.3×0.5×0.3=0.045；对手为丁（丁胜丙）的概率为 0.5，甲对丁获胜的概率为 0.8，那么甲获得冠军的概率为：0.3×0.5×0.8=0.12；因此甲总共获得冠军的概率为：0.045＋0.12=0.165。

15. 平面上有 5 条平行直线与另一组n条平行直线垂直。若两组平行直线共构成 280 个矩 形，则n=（ ）.

A.5　B. 6　C. 7　D. 8　E. 9

【答案及分析】 D。本题考查的是组合问题，5 条直线中任取 2 条，n条直线中任取 2 条，这四条直线构成的矩形个数为 280 个，即$C_5^2C_n^2=280$，解得：$n=8$.

二、条件充分性判断：第 16～25 小题，每小题 3 分，共 30 分。要求判断每题 给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、 D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑。

（A）条件（1）充分，但条件（2）不充分.

（B）条件（2）充分，但条件（1）不充分.

（C）条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分.

（D）条件(1)充分，条件(2)也充分.

(E)条件(1)和(2)单独都不充分，但条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

16. 已知曲线p,q为非零实数，则能确定$\frac{p}{q(p-1)}$的值。

（1）$p+q=1$。　　（2）$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$。

【答案及分析】 B。本题考查的是代数式化简求值。条件一：$p+q=1$，即$q=1-p$，代入原式$\frac{p}{q(p-1)}=\frac{p}{-(p-1)^2}=\frac{p}{-q^2}$，不充分。条件二：$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$，$p+q=pq$，原式$\frac{p}{q(p-1)}=\frac{p}{pq-q}=\frac{p}{p+q-q}=1$，充分。

17.信封中装有 10 张奖券，只有 1 张有奖。从信封中同时抽取 2 张奖券，中奖的概率记为P；从信封中每次抽取 1 张奖券后放回，如此重复抽取n次，中奖的概率为Q，则 P< Q。

(1) $n=2$.　　（2）$n=3$.

【答案及分析】 B。本题考查的是概率问题。考查的是“放回”与“不放回”的区别，主要是总个数的变化。已知从信封中同时抽取 2 张奖券，中奖的概率$P=\frac{C_1^1C_9^1}{C_{10}^2}=\frac{1}{5}$.条件一：$n=2$，取 1 张又放回，取 2 次中奖的情况需要分类讨论，因而用对立事件求差更直观，取 2 次不会中奖的概率为：$\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}=\frac{81}{100}$，则$Q=1-\frac{81}{100}=\frac{19}{100}<\frac{1}{5}$，即 P> Q，不充分。条件二：$n=3$，同样需要分类讨论，因而用对立事件求差，取 3 次不会中奖的概率为：$\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{9}{10}=\frac{729}{1000}$，则$Q=1-\frac{729}{1000}=\frac{271}{1000}>\frac{1}{5}$，即 P< Q，充分。

18.圆盘$x^2+y^2\le 2(x+y)$被直线 L 分成面积相等的两部分。

(1)L：$x+y=2$.　　(2)L：$2x-y=1$.

【答案及分析】 D。本题考查的是圆的性质。题干中圆盘的方程为$x^2+y^2=2(x+y)$，化为标准方程为：$(x-1)^2+(y-1)^2=2$，若被直线 L 分成面积相等的两部分，则直线必过圆心。条件一：L：$x+y=2$，代入圆心坐标(1,1)，方程成立，因而过圆心，充分。条件二：L：$2x-y=1$，代入圆心坐标(1,1)，方程成立，

因而过圆心，充分。

19. 已知a,b为实数，则$a \geq 2$ 或$b \geq 2$.

（1）$a+b \geq 4$. （2）$ab \geq 4$.

【答案及分析】 A。本题考查的是不等式的性质。条件一：$a+b \geq 4$，则$a \geq 2$ 或$b \geq 2$成立，因而充分。条件二：$ab \geq 4$，如$a=-2$，$b=-2$，满足条件，但不符合结论，不充分。

20. 已知$M=(a_1+a_2+\cdots+a_{n-1})(a_2+a_3+\cdots+a_n)$，$N=(a_1+a_2+\cdots+a_n)(a_2+a_3+\cdots+a_{n-1})$，则$M>N$.

(1) $a_1>0$. (2) $a_1a_n>0$.

【答案及分析】 B。本题考查的是数列的前n项和与通项的关系。设$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，已知$M=(a_1+a_2+\cdots+a_{n-1})(a_2+a_3+\cdots+a_n)=S_{n-1}(S_n-a_1)$，$N=(a_1+a_2+\cdots+a_n)(a_2+a_3+\cdots+a_{n-1})=S_n(S_{n-1}-a_1)$，比较两数的关系，常用的有作差法和作商法，这里选择作差。$M-N=S_{n-1}(S_n-a_1)-S_n(S_{n-1}-a_1)=a_1(S_n-S_{n-1})$。条件一：$a_1>0$，并不能确定$S_n-S_{n-1}$的符号，因而不充分。条件二：$a_1a_n>0$，已知$a_n=S_n-S_{n-1}$，即$M-N>0$，$M>N$.

21. 已知$\{a_n\}$是公差大于零的等差数列，S_n是$\{a_n\}$的前n项和，则$S_n \geq S_{10}$，$n=1,2,\ \ldots$

（1）$a_{10}=0$。（2）$a_{11}a_{10}<0$。

【答案及分析】 D。本题考查的是等差数列的前n项和的最值问题。记住规律，当等差数列的第k项，有$a_k>0$，$a_{k+1}<0$时，S_n的最大值在$n=k$时取得；当等差数列的第k项，有$a_k<0$，$a_{k+1}>0$时，S_n的最小值在$n=k$时取得。条件一：$a_{10}=0$，已知公差大于 0，则$a_9<0$，$a_{11}>0$，按照规律，在$n=9$ 和 10时S_n取得最小值，且$S_9=S_{10}$，因此$S_n \geq S_{10}$，$n=1,2,\ \ldots$。充分。条件二：$a_{11}a_{10}<0$，已知公差大于 0，则$a_{10}<0$，$a_{11}>0$，按照规律，在$n=10$时S_n取得最小值，因此$S_n \geq S_{10}$，$n=1,2,\ \ldots$。充分。

22. 设$\{a_n\}$是等差数列，则能确定数列$\{a_n\}$。

（1）$a_1+a_6=0$.

（2）$a_1a_6=-1$.

【答案及分析】 E。本题考查的是等差数列求通项公式。等差数列求通项公式，其实就是求两个基本量a_1和公差d。两个方程求两个未知量，因而条件一、条件二单独不充分，考虑联合，$\begin{cases}a_1+a_6=0\\a_1a_6=-1\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a_1=1\\d=-\frac{2}{5}\end{cases}$或$\begin{cases}a_1=-1\\d=\frac{2}{5}\end{cases}$，因此也无法确定$\{a_n\}$数列的唯一性，不充分。

23. 底面半径为r，高为h的圆柱体表面积记为S_1，半径为R的球体表面积记为S_2，则$S_1 \leq S_2$.

(1) $R \geq \frac{r+h}{2}$. (2) $R \leq \frac{2h+r}{3}$.

【答案及分析】 C。本题考查的是柱体和球体的表面积问题。圆柱体的表面积等于 2 个底面积+侧面积，即 $S_{圆柱表面积}=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi r(h+r)$，球的表面积为：$S_{球体表面积}=4\pi R^2$。根据题干，要求：$4R^2\geq 2rh+2r^2$。条件一：$R\geq\frac{r+h}{2}$，即$4\pi R^2\geq 4\pi\left(\frac{r+h}{2}\right)^2=\pi(h+r)^2$与$2\pi r(h+r)$的大小与$r$和$h$的大小有关，因而不充分。条件二：$R\leq\frac{2h+r}{3}$，显然也不充分。考虑联合，$\frac{h+r}{2}\leq\frac{2h+r}{3}$，推出$h\geq r$，结合条件一化简的结论可知：$4R^2\geq 2rh+2r^2$，充分。

24. 已知x_1,x_2,x_3为实数，$\bar{x}$为x_1,x_2,x_3的平均值，则$|x_k-\bar{x}|\leq 1$，$k=1,2,3$.

(1) $|x_k|\leq 1$，$k=1,2,3$. (2) $x_1=0$.

【答案及分析】 C。本题考查的是平均值和绝对值的问题。条件一：$|x_k|\leq 1$，$k=1,2,3$，假设$x_1=-1,x_2=-1,x_3=1$，则$|x_3-\bar{x}|=\frac{4}{3}>1$，不充分。条件二：$x_1=0$，$x_2=2,x_3=-2$，则$|x_3-\bar{x}|=2>1$，不充分。考虑联合，$\begin{cases}|x_2\leq 1| & |x_3\leq 1|\\ x_1=0\end{cases}$，则$|x_2-\bar{x}|=\left|x_2-\frac{x_2+x_3}{3}\right|=\left|\frac{2x_2}{3}-\frac{x_3}{3}\right|$，若$x_2=1,x_3=-1$，则$|x_2-\bar{x}|\leq 1$成立，同理$|x_3-\bar{x}|\leq 1$，因此条件一和条件二联合充分。

25. 几个朋友外出游玩，购买了一些瓶装水，则能确定购买的瓶装水数量。

（1）若每人分 3 瓶，则剩余 30 瓶。 （2）若每人分 10 瓶，则只有 1 人不够。

【答案及分析】 C。本题考查的是应用题中的分配问题。利用未知数建立等式，再尝试代数，筛选符合条件的数组。设共有x个人，有一个人得到了y瓶水（$1\leq y\leq 9$），则：$\begin{cases}3x+30=10(x-1)+y\\ 1\leq y\leq 9\end{cases}$，得：$y=40-7x$，所以$x=5$，$y=5$时是唯一符合条件的，因此可以确定购买的瓶装水为 45 瓶，条件一和条件二联合充分。