2020 年 MBA 数学考试真题及解析

一、问题求解：第 1～15 小题，每小题 3 分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的。

1. 某产品去年涨价 10%，今年涨价 20%，则该产品这两年涨价（）。

A. 15%　　B. 16%　　C. 30%　　D. 32%　　E. 33%

【答案及分析】 D。本题考查的是增长率问题，由经验公式可知：原价为 a，若增长率一样，都为 p，则经过 n 次涨价后，此时的价格为：$a(1+p)^n$。本题增长率不同，经过 2 次涨价，则依次计算：$a\times(1+10\%)\times(1+20\%)=132\%a$，因此涨价为 32%.

2. 设集合$A=\{x||x-a|<1，x\in R\}$，$B=\{x||x-b|<2，x\in R\}$，则$A\in B$的充分必要条件是（　　）。

A. $|a-b|\le 1$　　B. $|a-b|\ge 1$　　C. $|a-b|<1$

D. $|a-b|>1$　　E. $|a-b|=1$

【答案及分析】 A。本题考查的是不等式求解集与集合的综合，集合 A 中$|x-a|<1$，即$a-1<x<1+a$。集合 B 中$|x-b|<2$，即$b-2<x<2+b$。又因为$A\in B$，利用草图可知$\begin{cases}a-1\ge b-2\\1+a\le 2+b\end{cases}$，解得：$|a-b|\le 1$.

3. 总成绩=甲成绩×30%＋乙成绩×20%＋丙成绩×50%，考试通过的标准是：每部分≥50 分，且总成绩≥60 分、已知甲成绩 70 分，乙成绩 75 分，且通过了这项考试，则此人丙成绩的分数至少是（　　）。

A. 48　　B. 50　　C. 55　　D. 60　　E. 62

【答案及分析】 B。本题考查的是至多至少问题，代入已知条件可知：总成绩=70×30%＋75×20%＋丙成绩×50%，即总成绩=36+丙成绩×50% ≥60，即丙成绩≥48，又因为题意表明每部分≥50 分，因此，丙成绩的分数至少是 50 分。

4. 从 1 至 10 这 10 个整数中任取 3 个数，恰有 1 个质数的概率是（　　）。

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{5}{12}$　　D. $\frac{2}{5}$　　E. $\frac{1}{120}$

【答案及分析】 B。本题考查的是实数与概率的结合问题，1 至 10 有 2、3、5、7 共四个质数，六个非质数。根据条件，任取 3 个数，恰有 1 个质数，则符合古典概型的运算公式，即$\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{2}$.

5. 若等差数列$\{a_n\}$满足$a_1=8$，且$a_2+a_4=a_1$，则$\{a_n\}$前 n 项和的最大值为（　　）。

A. 16　　B. 17　　C. 18　　D. 19　　E. 20

【答案及分析】 E。本题考查的是等差数列中前 n 项和的最值问题，常见的方法有：①函数最值法；②根据a_1和d的关系确定最值。由题意可知： $d=-2$，由函数最值可知：$S_n=\frac{d}{2}n^2+\left(a_1-\frac{d}{2}\right)n=-n^2+9n$。由于 n 为整数，因此当 n 为 4 或 5 的时候取得最大值。即S_n最大值为 20. 方法二：可知$a_1>0$，$d<0$，有最大值，则在$a_k>0$，$a_{k+1}<0$时取得，因为$a_4=-2>0$，$a_5=0$，$a_6<0$，所以在 4 或 5 的时候取得最大值。即S_n最大值为 20。

6. 设实数 x，y 满足$|x-2|+|y-2|\le 2$，则x^2+y^2的取值范围是（　　）。

A. $[2,18]$　　B. $[2,20]$　　C. $[2,36]$　　D. $[4,18]$　　E. $[4,20]$

【答案及分析】B。本题考查的是绝对值不等式与解析几何的实际意义。本题可以采用技巧法，即特殊值验证法。还可采用基础解法，即利用三角不等式。已知$|x-2|+|y-2|\le 2$，由三角不等式可知$\begin{cases}|x-y|\le 2\\|x+y-4|\le 2\end{cases}$，根据数形结合，画出区域，即一个平行四边形区域。再因为x^2+y^2表示的是区域内的点与原点距离的平方，可知距离最小为原点向区域做垂线段时取得，距离最大值为最远边界点与原点连线取得。因此可知在（1, 1）处取得最小值，在（2, 4）或（4, 2）处取得最大值。因此代入可知x^2+y^2的取值范围是$[2,20]$ 。

7. 已知实数x满足$x^2+\frac{1}{x^2}-3x-\frac{3}{x}+2=0$，则$x^3+\frac{1}{x^3}=$（　　）。

A. 12　　B. 15　　C. 18　　D. 24　　E. 27

【答案及分析】 C。本题考查的是代数基本公式与化简求值，已知$x^2+\frac{1}{x^2}-3x-\frac{3}{x}+2=0$可利用公式和提公因式化为：$(x+\frac{1}{x})^2-3\left(x+\frac{1}{x}\right)=0$，采用换元法，精简未知量。令$t=x+\frac{1}{x}$，则已知条件化为$t^2-3t=0$，解得：$t=0$（舍）或$t=3$，即$x+\frac{1}{x}$=3，故再利用公式$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^2-1+\frac{1}{x^2}\right)=3\times6=18$。

8.某网店对单价为 55 元，75 元，80 元的三种商品进行促销。促销策略是每单满 200 元减 m 元。如果每单减 m 元后实际售价均不低于原价的 8 折。那么 m 的最大值为（　　）。

A. 40　　B. 41　　C. 43　　D. 44　　E. 48

【答案及分析】 B。本题考查的是不等式求最值问题，顾客心理，优先选择最接近 200 的组合，因此购买两件 75 元和一件 55 元最接近 200 元，故 75×2＋55－m≥（75×2＋55）•80%，解得：m ≤41，故最大值为 41，选 B。

9. 某人在统一观众群体中调查了对五部电影的看法，得到如下数据：

电影	第一部	第二部	第三部	第四部	第五部
好评率	0.25	0.5	0.3	0.8	0.4
差评率	0.75	0.5	0.7	0.2	0.6

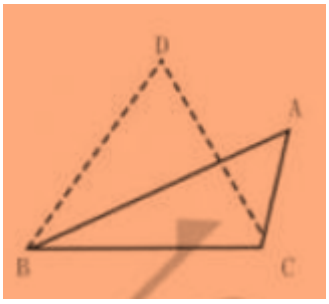
据此数据，观众意见分歧最大的前两部电影依次是（　　）。

A. 第一部，第三部 B. 第二部，第三部 C. 第二部，第五部

D. 第四部，第一部 E. 第四部，第二部

【答案及分析】 C。本题考查的是数据描述，本题考查的是来评价一组数据的离散度，因此是极差的应用。极差=最大值-最小值。意见分歧最大则极差最小，故选第二部和第五部。

10. 如图，在三角形ABC中， ∠ABC=30°，将线段 AB 绕点 B 旋转至 DB，使∠DBC=60°，则三角形DBC和三角形ABC的面积之比为（　　）。



A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　E. $\sqrt{3}$

【答案及分析】 E。本题考查的是求三角形的面积，利用同底，可知三角形面积之比转为高之比。即$\frac{S_{\Delta DBC}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{BD\times\sin 60°}{AB\times\sin 30°}$，又因为$BD=AB$，所以$\frac{S_{\Delta DBC}}{S_{\Delta ABC}}=\sqrt{3}$。

11. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1, a_2=2$，且$a_{n+2}=a_{n+1}-a_n(\mathrm{n}=1,2,3\ldots)$，则$a_{100}=$（　　）。

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2　　E. 0

【答案及分析】 B。本题考查的是数列的规律性，常用方法为一般列举，发现规律。列举后发现规律为 1，2，1，-1，-2，-1，1， 2，1，-1，-2，-1…，则每 6 个开始循环，没有例外项，因此将 100 ÷6 余 4，故$a_{100}=-1$.

12. 如图，圆 O 的内接ΔABC是等腰三角形，底边BC=6，顶角为$\frac{\pi}{4}$，则圆 O 的面积为（　　）。

A. 12π　　B. 16π　　C. 18π　　D. 32π

E. 36π

【答案及分析】 C。本题考查的是圆的面积，已知顶角为$\frac{\pi}{4}$，则圆心角∠BOC=$\frac{\pi}{2}$，则等腰直角三角形 BOC 中， BC=6，则 BO=CO=r=$3\sqrt{2}$. 故圆的面积为$\pi r^2=18\pi$.

13. 两地相距 1800，甲的速度是 100，乙的速度是 80，相向而行，则两人第三次相遇时，甲距其出发点（　　）。

A. 600　B. 900　　C. 1000　　D. 1400　　E. 1600

【答案及分析】 D。本题考查的是行程问题中的相遇问题，已知两地相遇问题，第一次相遇，路程和为 S，每再相遇一次，路程和就会多走 2S，因此相遇三次，则路程和为 S+2S+2S=5S。由题意可知：$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=\frac{5}{4}$，时间相同，则$\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=\frac{5}{4}$，设甲为 5K，乙为 4K，则 9K=5S=9000，解得：K=1000，因此甲共走了 5000，则距离甲地为：5000-1800×2=1400.

14. 节点 A、B、C、D 两两相连，从一个节点沿线段到令一个节点当做一步，若机器人从节点 A 出发，随机走了三步，则机器人未到达节点 C 的概率为（　　）。

A. $\frac{4}{9}$　　B. $\frac{11}{27}$　　C. $\frac{10}{27}$　D. $\frac{19}{27}$　　E. $\frac{8}{27}$

【答案及分析】 E。本题考查的是独立事件求概率，根据题意可知：未经过 C 点的概率为：$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$。

15. 某科室有 4 名男职员，2 名女职员，若将这 6 名职员分为 3 组，每组 2 人，且女职员不同组有不同的安排方式有（　　）。

A. 4　　B. 6　　C. 9　　D. 12　　E. 15

【答案及分析】 D。本题考查的是排列组合，具体考查的是分组问题，堆数相同，需要除以相同堆数的阶乘。本题最好采用反面求解，只有 2 名女职员，则女职员同一组的分组方式为：$\frac{C_4^2C_2^2}{2!}$. 则女职员不同组的分组方式为：$\frac{C_6^2C_4^2C_2^2}{3!}-\frac{C_4^2C_2^2}{2!}=12$.

二、条件充分性判断：第 16～25 小题，每小题 3 分，共 30 分。要求判断每题 给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、 D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑。

（A）条件（1）充分，但条件（2）不充分.

（B）条件（2）充分，但条件（1）不充分.

（C）条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分.

（D）条件(1)充分，条件(2)也充分.

(E)条件(1)和(2)单独都不充分，但条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

16. 在三角形ABC中， ∠B=60°，则$\frac{c}{a}>2$.

(1) ∠C< 90°。(2) ∠C> 90°。

【答案及分析】 B。本题考查的是三角形边角关系，依题意可得，由于∠B=60°已经确定，再根据“大边对大角”，当∠ACB=90°时，$\frac{c}{a}=2$；当∠ACB> 90°时，$\frac{c}{a}>2$；当∠ACB< 90°时，$\frac{c}{a}<2$；因此条件（1）不充分，条件（2）充分。

17. $x^2+y^2=2x+2y$上的点到$ax+by+\sqrt{2}=0$的距离最小值大于 1.

(1) $a^2+b^2=1$。 (2) $a>0$， $b>0$ 。

参考答案及分析：C。本题考查的是解析几何。重点是直线与圆的位置关系。$x^2+y^2=2x+2y$表示的是以（1,1）为圆心，以$\sqrt{2}$为半径的圆。圆上的点到直线的距离最小值为$d_{min}=|圆心到直线的距离-半径|$，已知圆心到直线的距离为：$\frac{|a+b+\sqrt{2}|}{\sqrt{a^2+b^2}}$，因此$d_{min}=\left|\frac{|a+b+\sqrt{2}|}{\sqrt{a^2+b^2}}-\sqrt{2}\right|$。条件（1）和条件（2）显然单独都不充分。考虑联合，可知$d_{min}=|a+b|=\sqrt{1+2ab}>1$，因而充分。

18. 若 a，b，c 是实数，则能确定 a，b，c 的最大值。

(1)已知 a，b，c 的平均值 (2)已知a，b，c 的最小值。

参考答案及分析：E。本题考查的是平均值。条件（1）和条件（2）显然单独不充分。考虑联合，设 a，b，c 的和为 1，且最小值为 a，则$a+b+c=l$，得到$b+c$的和，不能确定谁是最大值，因而联合也不充分。

19. 某商有 20 部手机，从中任选 2 部。则恰有 1 部甲的概率为$P>\frac{1}{2}$。

（1）甲手机不少于 8 部。（2）乙手机大于 7 部。

参考答案及分析：C。本题考查的是概率初步。根据条件，设甲手机有 x 部。$0 \le x \le 20$，则根据题意，$P = \frac{C_x^1 C_{20-x}^1}{C_{20}^2} = \frac{x(20-x)}{190}$，想要证明$P > \frac{1}{2}$，即需证明：$5 < x < 19$. 因而条件（1）和条件（2）单独不充分。考虑联合，得：$8 \le x < 13$，因而联合充分。

20. 共有 n 辆车，则能确定人数。

（1）若每辆 20 座，1 车未满。

（2）若每辆 12 座，则少 10 个座。

参考答案及分析：E。本题考查的是至多至少应用题。条件（1），假设未满的 1 车坐 m 人$(0 < x < 20)$. 则人数为：$20(n-1)+m$，不充分。条件（2），人数为：$12n+10$，不充分。考虑联合，则$20(n-1)+m = 12n+10$，解得：$8n = 30-m$，根据实际条件可知：$\begin{cases} n = 2 \\ m = 14 \end{cases}$或$\begin{cases} n = 3 \\ m = 6 \end{cases}$，因而总人数也不唯一确定，不充分。

21. 则能确定长方体的体对角线。

（1）已知长方体一个顶点的三个面的面积。

（2）已知长方体一个顶点的三个面的面对角线。

参考答案及分析：D。本题考查的是长方体知识。结论要求体对角线，只需求出长方体的长，宽、高即可，即求出对应字母 a，b，c 即可。条件（1）：已知长方体一个顶点的三个面的面积。设三个面的面积为 k，p，l。则：$\begin{cases} ab = k \\ ac = p \\ bc = l \end{cases}$（顺序无关），可知 a，b，c 具有唯一解，因而体对角线唯一确定。充分。条件（2）：已知长方体一个顶点的三个面的面对角线。设三个面的面对角线为 m，n，q。则：$\begin{cases} a^2+b^2 = m^2 \\ a^2+c^2 = n^2 \\ b^2+c^2 = q^2 \end{cases}$（顺序无关），可知 a，b，c 具有唯一解，因而体对角线唯一确定。也充分。

22. 已知甲、乙、丙三人共捐款 3500 元。则能确定每人的捐款金额。

（1）三人的捐款金额各不相同。

（2）三人的捐款金额都是 500 的倍数。

参考答案及分析：E。本题考查的是不定方程应用题。条件（1）条件（2）单独都不成立。考虑联合，设三人捐款数分别为 500 的 x 倍，y 倍和 z 倍，且 x，y，z 均为整数且不相等。则 $500x+500y+500z=3500$, 得：$x+y+z=7$，因此对应的一组数为 1，2，4，但具体的对应情况有多种可能，无法确定甲、乙、丙对应的金额唯一性。因而不充分。

23. 设函数$f(x)=(ax-1)(x-4)$，则在$x=4$左侧附近有$f(x)<0$。

（1）$a>\frac{1}{4}$　　（2）$a<4$

参考答案及分析：A。本题考查的是函数问题。由题意可知，函数$f(x)=(ax-1)(x-4)$的两个零点为$x=4$和$x=\frac{1}{a}$. 条件（1）：$a>\frac{1}{4}$，因而由图像可知：抛物线开口向上，且$\frac{1}{a}<4$. 根据草图，在$x=4$左侧附近有$f(x)<0$。充分。条件（2）：令$a=0$，此时$f(x)=-x+4$，即$x<4$时，$f(x)>0$恒成立。因而不充分。

24. 设 a，b 是正实数，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$存在最小值。

（1）已知ab的值。

（2）已知 a，b 是方程$x^2-(a+b)x+2=0$的不同实根。

参考答案及分析：A。本题考查的是均值不等式与一元二次方程的根。已知 a，b 是正实数，条件（1）：已知ab的值。可知符合均值不等式的定义，再利用口诀“积定和最小”，$a+b$有最小值，当且仅当$a=b$时成立。因而：$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}$有最小值。条件（2）：a，b 是方程$x^2-(a+b)x+$

$2=0$的不同实根。可知：$\begin{cases}\Delta>0\\ ab=2\end{cases}$，得： $a+b>2\sqrt{2}$，因而$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}>\sqrt{2}$，无法取得最小值。

25. 设 a，b，c，d 是正实数。则$\sqrt{a}+\sqrt{d}\le\sqrt{2(b+c)}$

（1）$a+d=b+c$（2）$ad=bc$

参考答案及分析：A。本题考查的是不等式的性质。已知 a，b，c，d 是正实数，要证明$\sqrt{a}+\sqrt{d}\le\sqrt{2(b+c)}$，即需证明：$a+d+2\sqrt{ad}\le 2(b+c)$即可。条件（1）： $a+d=b+c$，且$a+d\ge 2\sqrt{ad}$，所以可证明$a+d+2\sqrt{ad}\le 2(b+c)$，即可证明结论。条件（2）：$ad=bc$，则$2\sqrt{ad}\le b+c$，但无法确定$a+d$与$b+c$的大小关系，因而不充分。