2011 年 MBA 数学考试真题及解析

一、问题求解：第 1～15 小题，每小题 3 分，共 45 分。下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的。

1. 已知船在静水中的速度为 28km/h，水流的速度为 2km/h。则此船在相距 78km 的两地间往返一次所需时间是（　）.

A. 5.9 h　B. 5.6 h　C. 5.4 h　D. 4.4 h　E. 4 h

【答案及分析】 B。本题考查的是行程问题，注意水流速度，分顺向和逆向，因此行驶速度=静水中的速度±水流的速度。顺向行驶的时间=路程÷（静水速度＋水流速度）=78÷30=2.6 小时，逆向行驶的时间=路程÷（静水速度－水流速度）=78÷26=3 小时，往返一次的总时间为 5.6 小时。

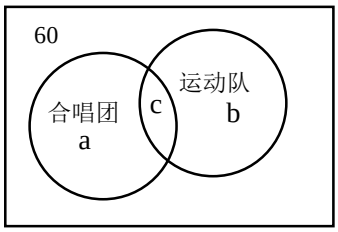
2. 若实数a，b，c满足$|a-3|+\sqrt{3b+5}+(5c-4)^2=0$，则$abc=$（　）。

A. -4　B. $-\frac{5}{3}$　C. $-\frac{4}{3}$　D. $\frac{4}{5}$　E. 3

【答案及分析】 A。本题考查的是算术的基本条件，含绝对值的式子≥0，二次根式中被开方数≥0，实数的平方≥0 都恒成立。因此对于$|a-3|+\sqrt{3b+5}+(5c-4)^2=0$，即$a-3=0$，$3b+5=0$，$5c-4=0$，解得：$a=3$，$b=-\frac{5}{3}$，$c=\frac{4}{5}$，则$abc=-4$.

3. 某年级 60 名学生中，有 30 人参加合唱团，45 人参加运动队，其中参加合唱团而未参加 运动队的有 8 人，则参加运动队而未参加合唱团的有（　）.

A.15 人　B. 22 人　C. 23 人　D. 30 人　E. 37 人



【答案及分析】C。本题考查的是集合问题，两个集合的容斥问题，结合右侧的文氏图可知：$a+c=30$，$b+c=45$，$a=8$，求b的值。$b=45-(30-8)=23$.因此参加运动队而未参加合唱团的有 23 人。

4. 现有一个半径为R的球体，拟用刨床将其加工成正方体，则能加工成的最大正方体的体积是（　）.

A. $\frac{8}{3}R^3$　B. $\frac{8\sqrt{3}}{9}R^3$　C. $\frac{4}{3}R^3$　D. $\frac{1}{3}R^3$　E. $\frac{\sqrt{3}}{9}R^3$

【答案及分析】 B。本题考查的是球体与柱体的关系，在球体中取出一个最大的正方体，即球内接正方体时，正方体体积最大。此时正方体的体对角线等于球的直径。即$2R=\sqrt{3}a$（这个结论可记下），即$a=\frac{2\sqrt{3}}{3}R$，因此最大正方体的体积是$a^3=\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}R\right)^3=\frac{8\sqrt{3}}{9}R^3$.

5. 2007 年，某市的全年研究与试验发展（R & D）经费支出 300 亿元，比 2006 年增长 20%，该市的 GDP 为 10000 亿元，比 2006 年增长 10%。2006 年，该市的 R& D 经费支出占当年 GDP 的（ ）.

A. 1.75% B. 2% C. 2.5% D. 2.75% E. 3%

【答案及分析】 D。本题考查的是分数的增长率问题，主要理解增长的对象。2006 年全年研究与试验发展（R & D）经费支出：300÷（1+20%）=250（亿），2006 年该市的 GDP：10000÷（1+10%），则该市的 R& D 经费支出占当年 GDP 的比例为：250÷[10000÷（1+10%）] =2.75%.

6. 现从 5 名管理专业、4 名经济专业和 1 名财会专业的学生中随机派出一个 3 人小组，则 该小组中 3 个专业各有 1 名学生的概率为（ ）.

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$ E. $\frac{1}{6}$

【答案及分析】 E。本题考查的是概率问题，总事件个数：$C_{10}^3=120$，该小组中 3 个专业各有 1 名学生的个数有：$C_5^1C_4^1C_1^1=20$，因此概率为：$\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$

7. 一所四年制大学每年的毕业生 7 月份离校，新生 9 月份入学，该校 2001 年招生 2000 名，之后每年比上一年多招 200 名，则该校 2007 年 9 月底的在校学生有（ ）.

A. 14000 名 B. 11600 名 C. 9000 名 D. 6200 名 E. 3200 名

【答案及分析】 B。本题考查的是数列的实际应用问题，首先理解题目该校 2007 年 9 月底的在校学生应包括：2004 年、2005 年、2006 年及 2007 年四年的学生。转化为数列问题，设为数列$\{a_n\}$，前 n 项和为S_n。则$a_1=2000$，d=200，则求$a_4+a_5+a_6+a_7$，已知$a_4+a_5+a_6+a_7=S_7-S_3$，利用公式：$S_n=a_1n+\frac{n(n-1)}{2}d$，得：$S_3=6600$，$S_7=18200$，因此$a_4+a_5+a_6+a_7$ =11600 名。

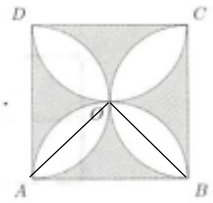
8. 将 2 只红球与 1 只白球随机地放入甲、乙、丙三个盒子中，则乙盒中至少有 1 只红球的 概率为（ ）.

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{8}{27}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{5}{9}$ E. $\frac{17}{27}$

【答案及分析】 D。本题考查的是概率问题，结合乘法计数原理和组合原理解题，总事件个数为：3×3×3=27，乙盒中至少有 1 只红球的情况有：（1）1 红 0 白：$C_2^1 \times 2 \times 2 = 8$种；（2）1 红 1 白：$C_2^1 \times 2 = 4$；（3）2 红 0 白：$C_2^1 = 2$；（4）2 红 1 白：$C_1^1 = 1$

9.如图所示，四边形$ABCD$是边长为 1 的正方形，弧 AOB，BOC，COD，DOA 均为半圆，则阴影部分的面积为（ ）.

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $1-\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}-1$ E. $2-\frac{\pi}{2}$



【答案及分析】 E。本题考查的是阴影部分求面积，求阴影部分面积，常用的有：等积法，割补法，间接求和（求差）法。本题采用间接作差法，连接 OA，OB，弧 OA，弧 OB 分别与线段 OA，OB 构成的空白部分面积S_1=$S_{扇\ AOB}-S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}\pi r^2-\frac{1}{2}ar$，已知$a=1$，$r=\frac{1}{2}$，则代入得：$S_1=\frac{1}{8}\pi-\frac{1}{4}$。同理可证：各个空白部分面积相等，则空白部分的面积=$4S_1$=$\frac{\pi}{2}-1$，因此阴影部分的面积=$S_{正方形\ ABCD}-S_{空白面积}=1-(\frac{\pi}{2}-1)=2-\frac{\pi}{2}$.

10. 3 个三口之家一起观看演出，他们购买了同一排的 9 张连座票，则每一家的人都坐在一 起的不同坐法有（ ）

A. $(3!)^2$ 种 B. $(3!)^3$ 种 C. $3(3!)^3$ 种 D. $(3!)^4$ 种 E. 9! 种

【答案及分析】 D。本题考查的是排列组合问题，这类问题一般的思路是先组合再排列，因此，组合是三口之家打包坐一起，即$C_3^3C_3^3C_3^3=1$，再将座位分为三个连续的部分，配对，则有P_3^3种坐法，但每个三口之家里面的位置排序还有P_3^3种，采用乘法计数原理，三个三口之家里面的位置排序有$(P_3^3)^3$种，则每一家的人都坐在一起的不同坐法有$P_3^3\times(P_3^3)^3=(P_3^3)^4$，即$(3!)^4$ 种。

11.设P是圆$x^2+y^2=2$上的一点，该圆在点 P的切线平行于直线$x+y+2=0$，则点 P的坐标为（　）。

A.$(-1,1)$　B. $(1,-1)$　C. $(0,\sqrt{2})$　D. $(\sqrt{2},0)$　E. $(1,1)$

【答案及分析】 E。本题考查的是圆的方程与切线的关系，可利用切线与圆心切点连线的直线垂直作为突破口，也可利用圆心切点构成的线段长度等于半径作为突破口，本题两种方法都可。已知圆$x^2+y^2=2$，则圆心坐标为 C（0,0），半径为$\sqrt{2}$，该圆在点 P的切线平行于直线$x+y+2=0$，即点 P处的切线斜率为-1，直线 CP 垂直于切线，设 P的坐标为（m,n）则$k_{cp}=\frac{n}{m}$=1，即$m=n$，点 P在圆上，因而满足圆的方程，代入得：$2m^2=2$，得：$m=1$，$n=1$.因此点 P的坐标为(1,1)。

12. 设a，b，c是小于 12 的三个不同的质数（素数），且$|a-b|+|b-c|+|c-a|$=8，则

$a+b+c=$（　）.

A.10　B. 12　C. 14　D. 15　E. 19

【答案及分析】D。本题考查的是代数基本知识，已知小于 12 的质数有 2，3，5，7，11，且$|a-b|+|b-c|+|c-a|$=8，因此采用穷举法：2，3，5 不满足条件，2，5，7 不满足，2，7，11 完全不用考虑，不满足，3，5，7 满足条件。因此$a+b+c=3+5+7=15$.

13. 在年底的献爱心活动中，某单位共有 100 人参加捐款，经统计，捐款总额是 19000 元，个人捐款数额有 100 元、500 元和 2000 元三种，该单位捐款 500 元的人数为（　）.

A. 13　B. 18　C. 25　D. 30　E. 38

【答案及分析】 A。本题考查的是方程问题，解题思路就是设置未知数，建立等量关系式，逐步代数验证条件是否满足。设单位捐款 100 元的人数为x，单位捐款 500 元的人数为y，单位捐款 2000 元的人数为z，则$\begin{cases}100x+500y+2000z=19000\\x+y+z=100\end{cases}$，化简后即$\begin{cases}x+5y+20z=190\\x+y+z=100\end{cases}$，得：$4y+19z=90$，代入选项验证，当$y=13$时，$z=2$满足，因此答案选 A。

14. 某施工队承担了开凿一条长为 2400m 隧道的工程，在掘进了 400m 后，由于改进了施 工工艺，每天比原计划多掘进 2m，最后提前 50 天完成了施工任务，则原计划施工工期是（　）。

A. 200 天　B. 240 天　C. 250 天　D. 300 天　E. 350 天

【答案及分析】 D。本题考查的是工程问题，这类问题主要是公式的应用，常用设未知数配合公式建立等量关系。设原计划每天施工xm。根据工作时间×工作效率=工作总量列等式。即$\frac{2400-400}{x}-\frac{2400-400}{x+2}=50$.（理

解：前面 400m 的工程不会产生工作时间的差别，因而提前 50 天完成都是在改进之后产生的)，化简：$\frac{40}{x}-\frac{40}{x+2}=1$.解得：$x=8$，因而原计划施工工期为：2400÷8=300 天。本题还需注意，设未知数可根据列式的难易程度，选择合适的，不一定问什么就设什么为未知数。

15. 已知$x^2+y^2=9$，$xy=4$，则$\frac{x+y}{x^3+y^3+x+y}$=（　）。

A.$\frac{1}{2}$　B. $\frac{1}{5}$　C. $\frac{1}{6}$　D. $\frac{1}{13}$　E. $\frac{1}{14}$

【答案及分析】 C。本题考查的是式子化简求值的问题，这类题先观察，利用公式化简，最后代入已知条件求值。$x^3+y^3+x+y=(x+y)(x^2-xy+y^2)+x+y=(x+y)(x^2-xy+y^2+1)$，因此$\frac{x+y}{x^3+y^3+x+y}=\frac{x+y}{(x+y)(x^2-xy+y^2+1)}=\frac{1}{x^2-xy+y^2+1}$，则代入已知条件得：$\frac{1}{x^2-xy+y^2+1}=\frac{1}{9-4+1}=\frac{1}{6}$。

二、条件充分性判断：第 16～25 小题，每小题 3 分，共 30 分。要求判断每题 给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、 D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑。

（A）条件（1）充分，但条件（2）不充分.

（B）条件（2）充分，但条件（1）不充分.

（C）条件（1）和（2）单独都不充分，但条件（1）和条件（2）联合起来充分.

（D）条件(1)充分，条件(2)也充分.

(E)条件(1)和(2)单独都不充分，但条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

16. 实数a，b，c成等差数列。

（1）e^a，e^b，e^c成等比数列。　　（2）lna，lnb，lnc成等差数列。

【答案及分析】 A。本题考查的是等比等差数列及指数和对数的运算法则。条件一：e^a，e^b，e^c成等比数列，根据等比中项的性质，有：$(e^b)^2=e^{2b}=e^ae^c$，由指数运算法则可知：底数相同，指数相加，因而$e^{2b}=e^ae^c$转为：$e^{2b}=e^{(a+c)}$，即 $2b=a+c$。满足实数a，b，c成等差数列。充分。条件二：lna，lnb，lnc成等差数列，根据等差中项的性质，有：$2lnb=lna+lnc$，根据对数的运算法则，底数相同，对数相乘，即$lnb^2=lnac$，则$b^2=ac$，不满足实数a，b，c成等差数列，条件不充分。

17. 在一次英语考试中，某班的及格率为 80%.

（1）男生及格率为 70%, 女生及格率为 90%.

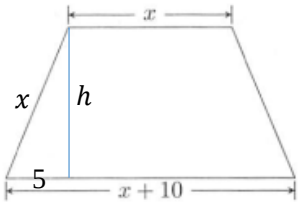
（2）男生的平均分与女生的平均分相等.

【答案及分析】 E。本题考查的是分数的应用。设全班男生有x人，全班女生有为y人，全班总人数为$x+y$. 条件一：男生及格率为 70%, 女生及格率为 90%，则及格人数为$0.7x+0.9y$，因此及格率为：$\frac{0.7x+0.9y}{x+y}$，得不出结果，不充分；条件二：男生的平均分与女生的平均分相等，明显推不出及格率，联合后，两个条件太过独立，无法解决目前各个条件需要的已知量，也不充分。

18. 如图所示，等腰梯形的上底与腰均为x；下底为$x+10$，则$x=13$.

(1) 该梯形的上底与下底之比为 13:23.

(2) 该梯形的面积为 216.



【答案及分析】 D。本题考查的是梯形的面积问题。条件一：该梯形的上底与下底之比为 13:23. 即x：$(x+10)=13:23$，解得：$x=13$，充分；条件二：该梯形的面积为 216，已知梯形面积$S=\frac{1}{2}(\text{上底}+\text{下底})\times h$，本题中$h$与$x$的关系为：$h^2=x^2-5^2$, 代入等式得：$\frac{1}{2}(2x+10)\times\sqrt{x^2-5^2}=216$，解得：$x=13$，充分。

19. 现有 3 名男生和 2 名女生参加面试，则面试的排序方法有 24 种.

(1) 第一位面试的是女生. (2) 第二位面试的是指定的某位男生.

【答案及分析】 B。本题考查的是排列组合问题。条件一：第一位面试的是女生，2 选一，则C_2^1，剩下 4 名同学配对的种数有：P_4^4，因此面试的排序方法有：$C_2^1P_4^4=48$（种），不充分。条件二：第二位面试的是指定的某位男生. 则第一位面试的种数有：C_4^1，剩下三名同学面试的种数有：P_3^3，因此面试的排序方法有：$C_4^1P_3^3=24$（种），充分。

20. 已知三角形ABC的三条边长分别是a，b，c，则三角形ABC是等腰直角三角形.

(1) $(a-b)(c^2-a^2-b^2)=0$.　　(2) $c=\sqrt{2}b$.

【答案及分析】 C。本题考查的是三角形性质和勾股定理。条件一：$(a-b)(c^2-a^2-b^2)=0$，则$a=b$或$c^2=a^2+b^2$，因此三角形ABC要么是等腰三角形，要么是直角三角形，不充分。条件二：$c=\sqrt{2}b$，不能判断与a的关系，不充分。考虑联合，已知条件一得到$a=b$或$c^2=a^2+b^2$，条件二$c=\sqrt{2}b$，无论和条件一的哪种情况搭配，如：①已知$a=b$和$c=\sqrt{2}b$，得：$c=\sqrt{2}a$，即$c^2=a^2+b^2$，可得出：$a=b$且$c^2=a^2+b^2$，②已知$c^2=a^2+b^2$和$c=\sqrt{2}b$，得：$a=b$，也可得出：$a=b$且$c^2=a^2+b^2$，因此联合能判断出是等腰直角三角形，充分。

21. 直线$ax+by+3=0$被圆$(x-2)^2+(y-1)^2=4$截得的线段长度为$2\sqrt{3}$.

(1) $a=0$，$b=-1$.　　(2) $a=-1$，$b=0$.

【答案及分析】 B。本题考查的是圆与直线的位置关系。本题更具体考查的是弦长公式，假设半径为r，弦长为l，弦心距为d，则弦长公式为：$r^2=(\frac{l}{2})^2+d^2$. 已知圆的方程$(x-2)^2+(y-1)^2=4$，圆心坐标为(2, 1)，半径$r=2$。$d=\frac{|2a+b+3|}{\sqrt{a^2+b^2}}$. 条件一：$a=0$，$b=-1$，则$d=\frac{|-1+3|}{\sqrt{1}}=2$，代入弦长公式得：$(\frac{l}{2})^2=4-4=0$，不充分。条件二：$a=-1$，$b=0$，则$d=\frac{|-2+3|}{\sqrt{1}}=1$，代入弦长公式得：$(\frac{l}{2})^2=4-1=3$，即$l=2\sqrt{3}$，充分。

22. 已知实数a，b，c，d满足$a^2+b^2=1$，$c^2+d^2=1$，则$|ac+bd|<1$.

(1) 直线$ax+by=1$与$cx+dy=1$仅有一个交点.

(2) $a\neq c$，$b\neq d$.

【答案及分析】 A。本题考查的是绝对值不等式。由均值不等式可推出：$2|ac|\leq a^2+c^2$，$2|bd|\leq b^2+d^2$. 根据题干条件：$a^2+b^2=1$，$c^2+d^2=1$，又因为$|ac+bd|\leq|ac|+|bd|\leq\frac{a^2+c^2}{2}+\frac{b^2+d^2}{2}=1$，只需要考虑$|ac+bd|=1$不成立，就充分。其中$|ac+bd|=|ac|+|bd|$的条件为$ac$与$bd$同号即可。$|ac|+|bd|=\frac{a^2+c^2}{2}+\frac{b^2+d^2}{2}$的条件为：$|a|=|c|$且$|b|=|d|$。条件一：可得$\frac{a}{c}\neq\frac{b}{d}$，则$|ac+bd|\leq|ac|+|bd|\leq\frac{a^2+c^2}{2}+\frac{b^2+d^2}{2}=1$，$|ac+bd|\neq1$，充分。条件二：$a\neq c$，$b\neq d$，且$|a|=|c|$且$|b|=|d|$可以成立，此时$|ac+bd|=1$，不充分。

23. 某年级共有 8 个班，在一次年级考试中，共有 21 名学生不及格，每班不及格的学生最 多有 3 名，则一班至少有 1 名学生不及格.

(1) 二班的不及格人数多于三班.　　(2) 四班不及格的学生有 2 名.

【答案及分析】 D。本题考查的是至多至少问题。设 8 个班不及格的人数分别为x_1，x_2，…x_8，由题干知：$x_1+x_2+\cdots+x_8=21$.且（$x_n\leq3, n\in1,2,3\ldots8$）. 条件一：二班的不及格人数多于三班. 因此三班不及格人数少于 3 个，则假使$x_2=x_4=x_5=x_6=x_7=x_8=3$，即这些班不及格的人数为：6×3=18 人，再加上$x_3<3$，得到不及格的人数小于 21 人，与题干中的 21 人相比还差人数，因此一班至少有 1 名学生不及格，充分。则条件二：四班不及格的学生有 2 名，同理，抛开一班来看，其他六个班不及格的人数最多有：6×3=18 人，再加上$x_4=2$，得到不及格的人数为 20 人，与题干中的 21 人相比还差 1 人，因此一班至少有 1 名学生不及格，充分。这类问题做题时需要走极端，先考虑最大或最小的情况下，判断条件是否充分，从而帮助我们解题。

24. 现有一批文字材料需要打印，两台新型打印机单独完成此任务分别需要 4 小时与 5 小 时，两台旧型打印机单独完成此任务分别需要 9 小时与 11 小时，则能在 2.5 小时内完成此任务.

(1) 安排两台新型打印机同时打印.

(2) 安排一台新型打印机与两台旧型打印机同时打印.

【答案及分析】 D。本题考查的是工作效率问题。在未给出明确工作总量时，先假设工作总量为“1”，根据题干信息和公式，两台新型打印机的工作效率分别为$\frac{1}{4}$和$\frac{1}{5}$，两台旧型打印机的工作效率分别为$\frac{1}{9}$和$\frac{1}{11}$。条件一：安排两台新型打印机同时打印，则工作时间=工作总量÷工作效率之和，即工作时间为：$\frac{1}{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}=\frac{20}{9}<2.5$. 充分；条件二：安排一台新型打印机与两台旧型打印机同时打印，要使条件充分，新型打印机选择工作效率更低的一款，即选择工作效率为$\frac{1}{5}$的，则工作时间=工作总量÷工作效率之和，即工作时间为：$\frac{1}{\frac{1}{5}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}}=\frac{495}{199}<2.5$. 充分；

25. 已知$\{a_n\}$为等差数列，则该数列的公差为零。

（1）对任何正整数n，都有$a_1+a_2+\cdots+a_n\le n$。　　（2）$a_2\ge a_1$。

【答案及分析】 C。本题考查的是等差数列相关问题。条件一对任何正整数 n，都有$a_1+a_2+\cdots+a_n\le n$，即$S_n\le n$，根据等差数列的求和公式，$\left(\frac{d}{2}\right)n^2+(a_1-\frac{d}{2})n\le n$，整理得：$\left(\frac{d}{2}\right)n^2+(a_1-\frac{d}{2}-1)n\le 0$，令$f(n)=\left(\frac{d}{2}\right)n^2+(a_1-\frac{d}{2}-1)n$，当$\frac{d}{2}=0$时，$f(n)=(a_1-1)n\le 0$对于任何正整数$n$都成立，由于$n>0$，则$a_1\le 1$；当$\frac{d}{2}<0$时，开口向下，$f(n)=(a_1-1)n\le 0$对于任何正整数$n$都成立，即最大值$\le 0$，则$\Delta\le 0$，即$(a_1-\frac{d}{2}-1)^2-2d\le 0$，得到：$\begin{cases}d<0\\a_1=\frac{d}{2}+1\end{cases}$，综上可知：$\begin{cases}d=0\\a_1\le 1\end{cases}$或$\begin{cases}d<0\\a_1=\frac{d}{2}+1\end{cases}$，因而不充分。条件二：$a_2\ge a_1$，则$d\ge 0$，也不充分。考虑联合，有$\begin{cases}d=0\\a_1\le 1\\d\ge 0\end{cases}$或$\begin{cases}d<0\\a_1=\frac{d}{2}+1\\d\ge 0\end{cases}$得：$\begin{cases}d=0\\a_1\le 1\end{cases}$，则该数列的公差为零。联合充分。